

Державний вищий навчальний заклад
“Прикарпатський національний університет імені Василя
Стефаника”

Факультет математики та інформатики
Кафедра математичного і функціонального аналізу

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Функціональний аналіз
(шифр і назва навчальної дисципліни)

Рівень освіти	Бакалавр <small>(назва рівня вищої освіти)</small>
Галузь знань	01 — Освіта/Педагогіка <small>(шифр і назва галуза)</small>
Спеціальність(ості)	014 — Середня освіта (Математика) <small>(шифр і назва спеціальності(ей))</small>
Освітня програма	Середня освіта (математика) <small>(назва програми)</small>

Затверджено на засіданні кафедри

Протокол №1 від 28.08.2019

1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ

Назва дисципліни	Функціональний аналіз
Викладач(-і)	Василишин Т.В.
Контактний телефон викладача	59-60-50
Е-mail викладача	taras.v.vasylyshyn@gmail.com
Формат дисципліни	Лекції та практичні заняття
Обсяг дисципліни	9 кредитів
Консультації	Вівторок, 16 ⁰⁰

2. АНОТАЦІЯ ДО НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Навчальна дисципліна “Функціональний аналіз” займає одне із центральних місць у системі професійної науково-предметної підготовки фахівця з математики. Зміст дисципліни розкривається через такі змістові модулі: “Метричні, лінійні, нормовані простори”, “Евклідові простори”, “Лінійні функціонали та узагальнені функції”, “Лінійні оператори”.

3. МЕТА І ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Основною метою курсу є ознайомлення студентів з основними поняттями функціонального аналізу; теоретичне обґрунтування властивостей метричних, лінійних, банахових та гільбертових просторів, лінійних функціоналів та операторів, визначених на цих просторах; встановлення взаємозв’язку з аналогічними поняттями з інших дисциплін.

Завдання навчити студентів застосовувати властивості метричних, повних метричних, лінійних, нормованих, евклідових просторів та лінійних функціоналів і операторів до розв’язування конкретних задач як з функціонального аналізу, так і з суміжних дисциплін.

4. КОМПЕТЕНТНОСТІ ТА РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

У результаті вивчення навчальної дисципліни “Функціональний аналіз” студент повинен

знати:

- означення та властивості метричних та повних метричних просторів, принцип стискаючих відображень та його застосування;
- означення та властивості лінійних, нормованих, банахових, евклідових та гільбертових просторів, зокрема класичних просторів послідовностей та функцій;
- поняття рефлексивного простору, слабкої топології та слабкої збіжності в банахових просторах;
- означення та властивості лінійних функціоналів та операторів і можливості їх застосування до розв’язування задач;
- означення і властивості узагальнених функцій;

вміти:

- формулювати основні означення і теореми, застосовувати ці теореми;
- доводити теореми про властивості перерахованих вище об’єктів;
- теоретично обґрунтовувати можливості застосування цих властивостей до розв’язання задач.

5. ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Обсяг дисципліни	
Вид заняття	Загальна кількість годин
Лекції	44
Практичні	46
Лабораторні	
Самостійна робота	180

Ознаки дисципліни				
Спеціальність, освітня програма	Рівень освіти	Курс (рік навчання)	Семестр	Нормативна/ вибіркова
014 — Середня освіта (Математика), Середня освіта (математика)	Бакалавр	3-й	6-й	нормативна

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Семестр 6						
Змістовий модуль 1. Метричні, лінійні, нормовані простори.						
Тема 1. <i>Метричні простори. Топологія у метричних просторах. Повні метричні простори.</i> [3, 6, 9]	14	2	2			10
Тема 2. <i>Поповнення простору. Теорема про вкладені кулі.</i> [3, 6, 4]	13	2	1			10
Тема 3. <i>Теорема Бера про категорії. Неперервні відображення метричних просторів. Рівномірна неперервність.</i> [3, 6]	11	2	1			8
Тема 4. <i>Принцип стискаючих відображень та його узагальнення і застосування.</i> [3, 6]	12	2	2			8
Тема 5. <i>Компактні метричні простори. Критерій компактності.</i> [3, 6, 7, 8]	12	2	2			8
Тема 6. <i>Зв'язок неперервності та рівномірної неперервності на компактах. Теорема Арцела-Асколі.</i> [3, 6]	12	2	2			8

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Тема 7. <i>Означення та приклади лінійних просторів. Нормовані простори та їх підпростори. [3, 6]</i>	12	2	2			8
Тема 8. <i>Банахові простори. Пряма сума банахових просторів. Проектор. Фактор-простір. [3, 6]</i>	12	2	2			8
Тема 9. <i>Поняття про лінійні оператори і функціонали. Еквівалентність лінійності і неперервності. Норма лінійного оператора і функціонала. [3, 6]</i>	12	2	2			8
Тема 10. <i>Ізоморфізм банахових просторів. Еквівалентність норм у нормованих просторах. Поняття про сепарабельність. Несепарабельні банахові простори. [3, 6]</i>	12	2	2			8
Тема 11. <i>Контрольна робота.</i>	1		1			
Всього за модуль:	123	20	19			84
Змістовий модуль 2. Евклідові простори.						
Тема 12. <i>Означення та приклади евклідових просторів. Нерівність Коші-Буняковського. Метрика у евклідовому просторі. [3, 6]</i>	12	2	2			8
Тема 13. <i>Гільбертові простори. Комплексні гільбертові простори. Ортогональність. Теорема про ортогональне доповнення. Ортогоналізація Гільберта-Грама. [3, 6]</i>	12	2	2			8
Тема 14. <i>Ряди Фур'є та нерівність Бесселя. Теорема про ізоморфізм сепарабельних гільбертових просторів. [3, 6]</i>	12	2	2			8
Тема 15. <i>Контрольна робота.</i>	1		1			
Всього за модуль:	37	6	7			24

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Змістовий модуль 3. Лінійні функціонали та узагальнені функції.						
Тема 16. Властивості лінійних функціоналів. Теорема Ріса про загальний вигляд лінійного функціоналу в класичних банахових просторах. [1, 2, 3, 5, 6]	12	2	2			8
Тема 17. Теорема Гана-Банаха про продовження лінійного функціонала. Наслідки з теореми Гана-Банаха. [3, 6]	12	2	2			8
Тема 18. Повнота простору, спряженого до нормованого. Слабка топологія та слабка збіжність. Рефлексивність. *-слабка топологія та *-слабка збіжність у спряженому просторі. [3, 6]	12	2	2			8
Тема 19. Теорема Банаха-Алаоглу про компактність кулі спряженого простору в *-слабкій топології. Наслідки. Зліченно-нормовані лінійні простори. [3, 6]	12	2	2			8
Тема 20. Простори основних і узагальнених функцій. Операції над узагальненими функціями. Теорема про достатність запасу основних функцій. [3, 6]	12	2	2			8
Тема 21. Контрольна робота.	1		1			
Всього за модуль:	61	10	11			40
Змістовий модуль 4. Лінійні оператори.						
Тема 22. Лінійні оператори. Оборотної та обернений оператори. Норма оберненого оператора. Алгебра обмежених операторів. Оператор, обернений до $I - A$. [3, 6]	12	2	2			8
Тема 23. Теорема Банаха про обернений оператор. Теорема про замкнений графік. Принцип рівномірної обмеженості Банаха-Штейнгауса. [3, 6]	12	2	2			8

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Тема 24. <i>Спряжені оператори у нормованих та евклідових просторах. Спектр та резольвента оператора.</i> [3, 6]	12	2	2			8
Тема 25. <i>Компактні оператори та дії над ними. Компактність інтегрального оператора Гільберта-Шмідта.</i> [3, 6]	12	2	2			8
Тема 26. <i>Контрольна робота.</i>	1		1			
Всього за модуль:	49	8	9			32
Всього за семестр:	270	44	46			180
Усього годин:	270	44	46			180

6. СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Володіння матеріалом дисципліни студенти виявляють при написанні двох аудиторних контрольних робіт і двох колоквіумів. Бали між контрольними роботами і колоквіумами розподіляються рівномірно.

За активну і змістовну участь у розв'язуванні задач на практичних заняттях оцінка за кожен модуль може бути підвищена щонайбільше на 5 балів.

Отримана за семестр сума балів множиться на такий коефіцієнт, щоб максимальна можлива сума балів (без додаткових) становила 50.

Максимальна можлива оцінка на іспиті — 50 балів. Сума балів за семестр та за іспит визначає підсумкову оцінку згідно поданої нижче таблиці.

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка ЄКТС	Оцінка за національною шкалою
90 – 100	A	відмінно
80 – 89	B	добре
70 – 79	C	добре
60 – 69	D	задовільно
50 – 59	E	достатньо
1 – 49	FX	незадовільно

7. ПОЛІТИКА КУРСУ

Студент зануриться у атмосферу функціонального аналізу, але без шкоди для здоров'я і з дотриманням етичних стандартів.

Плагіат та інші види академічної недоброчесності не принесуть позитивного результату, тому не рекомендуються.

8. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Вулих В.З. *Введение в функциональный анализ* / В.З. Вулих. – М.: Наука, 1967. – 415 с.
2. Давидов М.О. *Додаткові розділи математичного аналізу (Теорія функцій і функціональний аналіз)* / М.О. Давидов. – К.: Вища школа, 1971. – 439 с.
3. Колмогоров А.Н. *Элементы теории функций и функционального анализа* / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомін. – К.: Вища школа, 1974. – 455 с.
4. Крейн С.Г. *Функциональный анализ* / С.Г. Крейн. – М.: Наука, 1964. – 424 с.
5. Треногин В.А. *Задачи и упражнения по функциональному анализу* / В.А. Треногин. – М.: Физматлит, 2002. – 240 с.
6. Рудин У. *Функциональный анализ* / У. Рудин. – М.: Мир, 1975. – 443 с.

Додаткова література

7. Иосида К. *Функциональный анализ* / К. Иосида. – М.: Мир, 1967. – 624 с.
8. Едвардс К. *Функциональный анализ. Теория и приложение.* / К. Едвардс. – М.: Мир, 1967. – 1071 с.
9. Князев П.Н. *Функциональный анализ. Учебное пособие.* / П.Н. Князев. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 208 с.
10. Люстерник Л.А. *Элементы функционального анализа.* / Л.А. Люстерник, В.И. Соболев. – М.: Наука, 1965. – 519 с.
11. Вайнберг Н.М. *Функциональный анализ.* / Н.М. Вайнберг. – М.: Просвещение, 1979. – 128 с.