

Міністерство освіти і науки України
Державний вищий навчальний заклад
«Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника»

Факультет математики та інформатики
Кафедра математики та інформатики і методики навчання

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
Алгебра і теорія чисел

<i>Освітньо-професійна програма:</i>	Середня освіта (математика)
<i>Спеціальність:</i>	014 Середня освіта (математика)
<i>Галузь знань:</i>	01 Освіта/Педагогіка

Затверджено на засіданні кафедри
Протокол №1 від 30 серпня 2019 р.

1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ

Назва дисципліни	Алгебра і теорія чисел
Викладач(-і)	Пилипів Володимир Михайлович
Контактний телефон	(03422)596108
E-mail	pylypiv.v@gmail.com
Формат дисципліни	Лекції та практичні заняття
Обсяг дисципліни	12 кредитів
Посилання на сайт дистанційного навчання	cee.pnu.edu.ua
Консультації	В режимі електронного спілкування та відповідно до факультетського розкладу консультацій

2. АНОТАЦІЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Навчальна дисципліна «Алгебра і теорія чисел» займає важливе місце у програмі професійної науково-практичної підготовки фахівця за спеціальністю "Середня освіта (математика)". Зміст дисципліни розкривається через наступні змістові модулі: "Вступ до алгебри" (теми 1-4), "Елементи теорії поліномів" (теми 5-10), "Елементи теорії чисел"(теми 11-15), "Елементи абстрактної алгебри"(теми 16-20).

3. МЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Основною метою курсу «Алгебра і теорія чисел» є формування компетентного фахівця в галузі алгебри і теорії чисел, здатного застосовувати і розвивати основні положення і методи дисципліни в науковому та навчальному процесі, самостійно аналізувати будову алгебраїчних об'єктів, будувати математичні моделі, застосовувати апарат дисципліни до вивчення абстрактних алгебраїчних структур. Важливими завданнями дисципліни є формування в студентів алгебраїчної і теоретико-числової культури, сприяння розвитку логічного та аналітичного мислення студентів, забезпечення студентів інформацією щодо напрямків розвитку сучасної математики, формування вміння розв'язувати задачі з математики та інших наук з використанням алгебраїчних методів.

4. РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ (КОМПЕТЕНТНОСТІ)

У результаті вивчення навчальної дисципліни «Алгебра і теорія чисел» студент повинен

знати:

- основні твердження і теореми алгебри і теорії чисел;
- методи та алгоритми розв'язування алгебраїчних задач;
- основні поняття вступу до алгебри, такі як: множина, відношення, відображення, комплексне число, алгебраїчна операція, властивості алгебраїчної операції, алгебраїчна структура, найпростіші алгебраїчні структури;
- основні поняття теорії поліномів, такі як: поліноми від однієї та багатьох змінних, корінь полінома, звідність полінома, примітивний поліном, однорідний поліном, інтерполяційний поліном, симетричний поліном, результат поліномів, дискримінант полінома;
- основні поняття теорії чисел, такі як: основні числові функції, неперервний дріб, підхідний дріб, довжина неперервного дробу, ірраціональні та алгебраїчні числа, трансцендентні числа, системи числення, конгруенція, квадратичний лишок і нелишок, символ Лежандра;
- основні поняття абстрактної алгебри, такі як: напівгрупа, моноїд, група, абелева, знаковмінна та симетрична, дієдральна, циклічна групи, порядок елемента, підгрупа, твірний елемент, класи розбиття групи за підгрупою, індекс підгрупи, нормальна підгрупа, фактор-група, гомоморфізм груп, ядро та образ гомоморфізму, комутатор, комутант групи, морфізми груп, дія груп на множині, орбіта і стабілізатор точки, спряженість елементів групи, централізатор, центр групи, кільце, типи кілець, дільник нуля, ідемпотент, ідеал кільця, поле, характеристика поля;

вміти:

- застосовувати стандартні методи і алгоритми алгебри і теорії чисел при розв'язуванні задач;
- наводити приклади, які демонструють сутність теоретичних понять, фактів або спростовують хибні твердження;
- виконувати дії над множинами та відображеннями;
- виконувати операції над комплексними числами;
- перевіряти, чи є задана алгебраїчна структура напівгрупою, моноїдом, групою, кільцем (і яким), полем;
- користуватись методом математичної індукції;
- виконувати дії над поліномами;
- відокремлювати корені поліномів із довільною точністю;
- знаходити корені окремих типів поліномів;
- користуватись поняттям результанта поліномів;
- користуватись алгоритмом Евкліда ділення з остачею в евклідовому кільці;
- виконувати наближення дійсних чисел підхідними дробами;

- користуватись теоремою Ейлера для знаходження остач від ділення;
- розв'язувати системи лінійних конгруенцій;
- знаходити порядок елемента групи, підгрупи цієї групи, будувати фактор-групи;
- описувати морфізми заданих груп;
- встановлювати ізоморфізми груп;
- описувати комутант, центр, класи спряжених елементів групи, орбіти та стабілізатори дії групи на множині;
- описувати дільники нуля в кільці, знаходити характеристику поля.

5. ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Обсяг дисципліни	
Вид заняття	Загальна кількість годин
Лекції	48
Практичні	72
Лабораторні	–
Самостійна робота	240

Ознаки дисципліни				
Спеціальність, освітня програма	Рівень освіти	Курс (рік навчання)	Семестр	Нормативна/вибіркова
014.04 Середня освіта (математика), Середня освіта (математика)	Бакалавр	2-й	3, 4	нормативна

Тема, план	Форма заняття	Література	Завдання, год	Термін виконання
Модуль 1. Вступ до алгебри				
1. Множини, відображення, відношення 1. Множини 2. Відображення 3. Відношення 4. Розбиття множин 5. Найпростіші алгебраїчні структури	лекційне	[1,6,7,10]	Опрацювання матеріалу лекції з рекомендованою літературою 2 год	1 тиж.
Множини, відображення, відношення	практичне		Розв'язування задач на виконання дій над множинами, композицію відображень, встановлення типу відношення, розбиття множини відношенням еквівалентності, встановлення найпростіших алгебраїчних структур: груп, кілець, полів 4 год	2 тиж.
2. Множина натуральних чисел 1. Множина натуральних чисел 2. Метод математичної індукції 3. Прості числа. Теорема Евкліда 4. Мультиплікативні функції натурального аргументу 5. Кількість та сума натуральних дільників натурального числа	лекційне	[1,6,7,10]	Опрацювання матеріалу лекції з рекомендованою літературою 2 год	1 тиж.
Множина натуральних чисел	практичне		Розв'язування задач на знаходження простих чисел, застосування методу математичної індукції, кількості та суми натуральних дільників натурального числа 4 год	1 тиж.
3. Цілі числа. Подільність 1. Множина цілих чисел	лекційне	[1,6,7,11]	Опрацювання матеріалу лекції з рекомендованою літературою	1 тиж.

2. Подільність в множині цілих чисел, алгоритм Евкліда 3. НСД і НСК. 4. Функція Ейлера 5. Ціла і дробова частини дійсного числа			2 год	
Цілі числа. Подільність	практичне		Розв'язування задач на ділення цілих чисел з остачею, знаходження НСД і НСК чисел, числового значення функції Ейлера, цілої і дробової частин числа 4 год	2 тиж.
4. Комплексні числа 1. Поняття комплексного числа 2. Алгебраїчна та тригонометрична форми запису 3. Формула Муавра 4. Добування коренів з комплексного числа	лекційне	[6,7]	Опрацювання матеріалу лекції з рекомендованою літературою 2 год	1 тиж.
Комплексні числа	практичне		Розв'язування задач на запис комплексного чисел в різних формах, піднесення до степеня і добування коренів з комплексного числа 4год контрольна робота	2 тиж.
Модуль 2. Елементи теорії поліномів				
5.Кільце поліномів 1. Побудова кільця поліномів 2. Дії над поліномами 3. Кільце поліномів	лекційне	[4, 6, 7, 12, 15]	Опрацювання матеріалу лекції з рекомендованою літературою 2 год	1 тиж.
Кільце поліномів	практичне		Розв'язування задач на виконання дій над	1 тиж.

			поліномами 2 год	
6. Подільність в кільці поліномів 1. Подільність в кільці поліномів від однієї змінної 2. Евклідовість кільця поліномів 3. НСД і НСК 4. Незвідні поліноми над полем 5. Розклад полінома в добуток незвідних множників	лекційне	[4, 6, 7, 12, 14]	Опрацювання матеріалу лекції з рекомендованою літературою 2 год	1 тиж.
Подільність в кільці поліномів	практичне		Розв'язування задач на застосування алгоритму Евкліда, знаходження НСД поліномів, розклад полінома в добуток незвідних множників 2 год	1 тиж.
7. Корені поліномів 1. Корені та лінійні множники полінома. Теорема Безу 2. Схема Горнера 3. Кількість коренів полінома 4. Інтерполяційні поліноми Лагранжа і Ньютона 5. Існування кореня полінома 6. Похідна полінома 7. Кратні множники полінома та їх відокремлення 8. Встановлення кратності кореня полінома	лекційне	[6, 7, 12, 14]	Опрацювання матеріалу лекції з рекомендованою літературою 4 год	2 тиж.
Корені поліномів	практичне		Розв'язування задач на застосування схеми Горнера, знаходження інтерполяційних поліномів, відокремлення кратних множників полінома, встановлення кратності кореня 4 год	2 тиж.

8. Поліноми від багатьох змінних 1. Кільце поліномів від багатьох змінних 2. Лексикографічне розміщення членів полінома 3. Симетричні поліноми 4. Основна теорема про симетричні поліноми 5. Дискримінант полінома 6. Результат поліномів	лекційне	[6, 7, 12]	Опрацювання матеріалу лекції з рекомендованою літературою 4 год	2 тиж.
Поліноми від багатьох змінних	практичне		Розв'язування задач на вираження симетричних поліномів через елементарні симетричні поліноми, знаходження степеневих сум, дискримінанта полінома, результанта поліномів 6 год	3 тиж.
9. Поліноми над числовими полями 1. Основна теорема алгебри 2. Розклад полінома у добуток незвідних множників над числовими полями 3. Критерій Ейзенштейна	лекційне	[6, 7, 12]	Опрацювання матеріалу лекції з рекомендованою літературою 2 год	1 тиж.
Поліноми над числовими полями	практичне	[6, 7, 12]	Розв'язування задач на розкладання поліномів у добуток незвідних множників над числовими полями, застосування критерію Ейзенштейна 2 год	1 тиж.
10. Розміщення дійсних коренів полінома 1. Межі дійсних коренів 2. Кількість дійсних коренів. Теорема Штурма 3. Відокремлення дійсних коренів методом Штурма	лекційне	[6, 7, 12]	Опрацювання матеріалу лекції з рекомендованою літературою 2 год	1 тиж.
Розміщення дійсних коренів полінома	практичне	[6, 7, 12]	Розв'язування задач на встановлення меж дійсних коренів, кількості дійсних	2 тиж.

			коренів, відокремлення дійсних коренів методом Штурма 4 год контрольна робота	
Модуль 3. Елементи теорії чисел				
11. Неперервні дроби 1. Розклад раціональних чисел в неперервні (ланцюгові) дроби. 2. Підхідні дроби та їх властивості. 3. Застосування неперервних дробів до розв'язування рівнянь першого степеня з двома невідомими. 4. Нескінченні неперервні дроби 5. Розклад ірраціональних чисел в неперервні дроби 6. Наближення дійсних чисел підхідними дробами	лекційне	[1, 6, 11]	Опрацювання матеріалу лекції з рекомендованою літературою 4 год	2 тиж.
Неперервні дроби	практичне		Розв'язування задач на розкладання раціонального та ірраціонального чисел в неперервні дроби, обчислення підхідних дробів, застосування підхідних дробів 6 год	3 тиж.
12. Ірраціональні числа. Алгебраїчні і трансцендентні числа 1. Ознаки ірраціональності числа 2. Ірраціональність числа e 3. Поняття і властивості алгебраїчного числа 4. Трансцендентні числа. Теорема Ліувілля 5. Існування трансцендентних чисел	лекційне		Опрацювання матеріалу лекції з рекомендованою літературою 2 год	1 тиж.
Ірраціональні числа. Алгебраїчні і трансцендентні числа	практичне		Розв'язування задач на застосування ознак ірраціональності числа, встановлення алгебраїчності чисел	1 тиж.

			2 год	
13. Конгруєнції 1-го степеня 1. Поняття конгруєнції в кільці цілих чисел 2. Повна і зведена системи лишків 3. Властивості і застосування конгруєнцій 4. Теорема Ейлера. Мала теорема Ферма 5. Системи конгруєнцій 1-го степеня	лекційне	[1, 4, 6, 11]	Опрацювання матеріалу лекції з рекомендованою літературою 4 год	2 тиж.
Конгруєнції 1-го степеня	практичне		Розв'язування задач на знаходження повної і зведеної систем лишків, способи розв'язування конгруєнцій, застосування теорем Ейлера та Ферма (малої), розв'язування систем конгруєнцій 1-го степеня 4 год	2 тиж.
14. Конгруєнції n-го степеня 1. Конгруєнції та системи конгруєнцій з одним невідомим 2. Теорема Вільсона 3. Показники за модулем 4. Первісні корені	лекційне	[1, 4, 6, 11]	Опрацювання матеріалу лекції з рекомендованою літературою 2 год	2 тиж.
Конгруєнції n-го степеня	практичне		Розв'язування задач на знаходження розв'язків конгруєнцій n-го степеня, зведення їх до систем конгруєнцій за меншими модулями, знаходження показників за модулем та первісних коренів 4 год.	2 тиж.
15. Конгруєнції 2-го степеня 1. Квадратичні лишки і нелішки 2. Критерій Ейлера 3. Символ Лежандра 4. Закон взаємності квадратичних лишків	лекційне	[1, 6, 11]	Опрацювання матеріалу лекції з рекомендованою літературою 2 год	1 тиж.

Конгруєнції 2-го степеня	практичне		Розв'язування задач на розв'язування конгруєнцій 2-го степеня, Знаходження квадратичних лишків і недишків, застосування критерію Ейлера та символу Лежандра 4 год.	2 тиж.
Контрольна робота				
Модуль 4. Елементи абстрактної алгебри				
16. Основні поняття про групи 1. Група, підгрупа. Приклади 2. Симетрична і знаковмінна групи 3. Група симетрій і дієдральна група, група Клейна 4. Циклічна група, порядок елемента	лекційне	[4, 5, 7, 9]	Опрацювання матеріалу лекції з рекомендованою літературою 2 год	2 тиж.
Основні поняття про групи	практичне		Розв'язування задач на ідентифікацію груп, підгруп, розгляд прикладів груп симетрій, дієдральної групи, групи Клейна, циклічних груп, знаходження порядку елемента 4 год	2 тиж.
17. Розбиття групи за підгрупою 1. Розбиття групи за підгрупою 2. Індекс підгрупи в групі 3. Теорема Лагранжа та наслідки з неї 4. Нормальні підгрупи в групі 5. Фактор-група за нормальною підгрупою	лекційне	[2, 4, 5, 9]	Опрацювання матеріалу лекції з рекомендованою літературою 2 год	1 тиж.
Розбиття групи за підгрупою	практичне		Розв'язування задач на розбиття групи за підгрупою, знаходження індексу підгрупи в групі, застосування теореми Лагранжа, знаходження нормальних підгруп в групі	2 тиж.

			4 год	
18. Морфізми груп 1. Морфізми груп 2. Ядро і образ гомоморфізму 3. Основна теорема про гомоморфізми 4. Теорема Келі	лекційне	[4, 5, 9, 13]	Опрацювання матеріалу лекції з рекомендованою літературою 2 год	1 тиж.
Морфізми груп	практичне		Розв'язування задач на встановлення типів морфізмів груп, знаходження ядра і образу гомоморфізму, класів суміжних елементів, застосування теореми Келі 2 год	
19. Дія групи на множині 1. Дія групи на множині 2. Стабілізатори і орбіти 3. Дія спряження 4. Нормалізатор 5. Централізатор. Центр групи	лекційне	[4, 5, 8, 9]	Опрацювання матеріалу лекції з рекомендованою літературою 2 год	1 тиж.
Дія групи на множині	практичне		Розв'язування задач на знаходження стабілізатора елемента, підгрупи, нормалізатора, центру групи 2 год	1 тиж.
20. Гомоморфізми та ідеали кілець 1. Гомоморфізми кілець 2. Ідеали кілець 3. Фактор-кілець 4. Порядок скінченного поля	лекційне	[3, 4, 8, 15]	Опрацювання матеріалу лекції з рекомендованою літературою 2 год	1 тиж.
Гомоморфізми та ідеали кілець	практичне		Розв'язування задач на встановлення гомоморфізму кілець, знаходження ідеалів кілець, фактор-кілець, порядку скінченного поля 4 год	2 тиж.
Контрольна робота				

6. СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Загальна система оцінювання	Підсумкова оцінка з дисципліни є сумою оцінок (в 10-бальній шкалі) з відповідною вагою за кожен з таких видів робіт: активна робота на практичних заняттях, підсумковий контроль (залік). Підсумкова оцінка визначається відповідно до поданої нижче таблиці оцінювання за різними шкалами (100-бальна, ECTS, національна).
Практичні заняття	Максимальна оцінка (з врахуванням ваги) за активну і змістовну участь у практичних заняттях становить 50 балів.
Підсумковий контроль (3 семестр – залік, 4 семестр - екзамен)	Кожен варіант залікової роботи містить тестову частину та два теоретичні завдання. Кожен варіант екзаменаційної роботи містить тестову частину, завдання на доведення і практичні завдання. Максимальна оцінка становить 50 балів.

ШКАЛА ОЦІНЮВАННЯ: НАЦІОНАЛЬНА ТА ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90 – 100*	A	відмінно	зараховано
80 – 89	B	добре	
70 – 79	C		
60 – 69	D	задовільно	
50 – 59	E		
26 – 49	FX	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0-25	F	незадовільно з обов’язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов’язковим повторним вивченням дисципліни

*Загальна сума більше ста балів заокруглюється до 100 балів.

7. ПОЛІТИКА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Усі види робіт слід виконувати вчасно, щоб зберігати загальний темп курсу, котрий сприяє ефективному засвоєнню матеріалу. Наслідками пропущених занять без поважних причин, зазвичай, стають додаткові види самостійної роботи (домашня контрольна робота, тестування).

Плагіат та інші види академічної недоброчесності не принесуть користі, тому є недоречними.

8. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Безущак О.О. Елементи теорії чисел/ О.О. Безущак, О.Г. Ганюшкін.-Київ: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2003.- 202 с.
2. Белоногов В.А. Задачник по теории групп/ В.А. Белоногов.- Москва: Наука, 2000. — 239 с.
3. Ван дер Варден Б.Л. Алгебра /Б.Л. Ван дер Варден.- Москва:Наука, 1976.— 648с.
4. Гаврилків В.М. Елементи теорії груп та теорії кілець: навчальний посібник/ В.М. Гаврилків.- Івано-Франківськ: Голіней, 2016.-148 с.
5. Ганюшкін О.Г. Завдання до практичних занять з алгебри і теорії чисел (теорія груп) / О.Г. Ганюшкін, О.О. Безущак.- Київ: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2007.- 103 с.
6. Завало С.Т. Алгебра і теорія чисел. Практикум. Частина 2/ С.Т. Завало, С.С. Левіщенко та ін..- Київ: Вища школа, 1986.- 264 с.
7. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Часть 1. Основы алгебры: Учебник для вузов/ А.И. Кострикин.- Москва: Физматлит, 2004.- 272 с.
8. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Часть III. Основные структуры: Учебник для вузов/ А.И. Кострикин.- Москва: Физматлит, 2004.- 272 с.
9. Монахов В.С. Введение в теорию конечных групп и их классов: Учебное пособие/В.С. Монахов.- Гомель: УО "ГГУ им. Ф. Скорины", 2003.-322 с.
10. Никифорчин О.Р. Елементи загальної топології/ О.Р. Никифорчин.- Івано-Франківськ: Голіней, 2015.-240 с.
11. Пилипів В.М. Класичні основи теорії чисел: навчально-методичний посібник/ В.М. Пилипів, Р.А. Заторський, І.І. Ліщинський.- Івано-Франківськ: Плай, 2014.- 68 с.
12. Пилипів В.М. Кільце поліномів: навчально-методичний посібник/ В.М. Пилипів, Р.А. Заторський, І.І. Ліщинський.- Івано-Франківськ: Плай, 2014.- 100 с.

Додаткова література

13. Скорняков Л.А. элементы алгебры: Учебное пособие/ Л.А. Скорняков.- Москва: Наука, 1980. — 240 с.
14. Dummit D.S. Abstract Algebra/ David S.Dummit, Richard M. Foote -Wiley. 2004,-932 p.
15. Judson T.W. Abstract Algebra: Theory and Applications/ Thomas W. Judson.- An open-source textbook available at [http:// abstract.ups.edu](http://abstract.ups.edu), 2012.- 428 p.

Викладач



Пилипів В. М.