

Міністерство освіти і науки України  
Державний вищий навчальний заклад  
«Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника»

Факультет математики та інформатики  
Кафедра диференціальних рівнянь і прикладної математики

**СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**  
**КОМБІНАТОРНИЙ АНАЛІЗ**

|                          |                                        |
|--------------------------|----------------------------------------|
| <i>Освітня програма:</i> | <u>Середня освіта (Математика)</u>     |
| <i>Спеціальність:</i>    | <u>014 Середня освіта (математика)</u> |
| <i>Галузь знань:</i>     | <u>01 Освіта/Педагогіка</u>            |

Затверджено на засіданні кафедри  
Протокол №1 від 30 серпня 2019 р.



## 1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ

|                                             |                             |
|---------------------------------------------|-----------------------------|
| Назва дисципліни                            | Комбінаторний аналіз        |
| Викладач(-і)                                | Заторський Р.А.             |
| Контактний телефон                          | (03422)596027               |
| E-mail                                      | romazatorsky@gmail.com      |
| Профайл                                     |                             |
| Формат дисципліни                           | Лекції та практичні заняття |
| Обсяг дисципліни                            | 3 кредити                   |
| Посилання на сайт<br>дистанційного навчання |                             |
| Консультації                                | Четвер, 15 <sup>00</sup>    |

## 2. АНОТАЦІЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Навчальна дисципліна «Комбінаторний аналіз» знайомить студентів з важливим розділом математики, знання якого необхідні представникам різноманітних спеціальностей. З комбінаторними задачами доводиться мати справу фізикам, хімікам, біологам, лінгвістам, спеціалістам, що мають справу з кодами тощо. Комбінаторні методи застосовуються в теорії випадкових процесів, статистиці, математичному програмуванні, обчислювальній математиці, плануванні експериментів. В математиці комбінаторики використовується при вивченні скінченних геометрій, комбінаторної геометрії, теорії зображень представлень груп, неасоціативних алгебрах.

Неабияка важливість застосувань методів комбінаторного аналізу (у різних сферах людської діяльності поза математикою) з одного боку, а з іншого --- явно недостатня увага до таких методів та задач у шкільному курсі математики зумовлює введення цього курсу для бакалаврів спеціальності «Середня освіта (математика).

## 3. МЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Ознайомити студентів з основними методами та типами задач комбінаторного аналізу (в тому числі олімпіадних) у шкільній математиці; показати значні можливості застосування методів комбінаторного аналізу до розв'язування різноманітних прикладних задач.



## РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ (КОМПЕТЕНТНОСТІ)

- знати за яких обставин виникають комбінаторні задачі, орієнтуватися в основних етапах розв'язування таких задач та знати основні принципи ефективної формалізації таких задач;
- вміти будувати математичні моделі та формалізувати задачі комбінаторного аналізу;
- класифікувати комбінаторні задачі за методами їх розв'язування;
- знати три принципи комбінаторного аналізу та вміти застосовувати їх при розв'язуванні комбінаторних задач.
- добре володіти методом генератрис при розв'язуванні комбінаторних задач;
- вміти використовувати принцип включення-виключення при розв'язуванні комбінаторних задач;
- розв'язувати нестандартні комбінаторні задачі олімпіадного характеру, аналізувати і узагальнювати отримані в процесі розв'язування результати.

## 4. ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

| Обсяг дисципліни  |                          |
|-------------------|--------------------------|
| Вид заняття       | Загальна кількість годин |
| Лекції            | 20                       |
| Практичні         | 25                       |
| Лабораторні       | —                        |
| Самостійна робота | 45                       |

| Ознаки дисципліни                                    |               |                     |         |                      |
|------------------------------------------------------|---------------|---------------------|---------|----------------------|
| Спеціальність, освітня програма                      | Рівень освіти | Курс (рік навчання) | Семестр | Нормативна/вибіркова |
| 014.04<br>Середня освіта (математика),<br>Математика | Бакалавр      | 4-й                 | 8-й     | Вибіркова            |



### Тематика дисципліни

| Тема, план                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Форма заняття | Література | Завдання, год                                                                      | Вага оцінки | Термін виконання |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|------------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------|------------------|
| <b>Три принципи комбінаторики</b><br>- поняття про комбінаторний принцип рівності<br>- комбінаторний принцип суми<br>- комбінаторний принцип добутку                                                                                                                                              | лекція        | [2,12]     | Опрацювати матеріал лекції з рекомендованою літературою, 2 год                     | 0.2         | 1-й тиждень      |
| <b>Розв'язування задач з використанням трьох принципів комбінаторики</b><br>- розв'язування задач з використанням комбінаторного принципу рівності<br>- розв'язування задач з використанням комбінаторного принципу суми<br>- розв'язування задач з використанням комбінаторного принципу добутку | практичне     |            | Розв'язувати різні типи задач з використанням трьох принципів комбінаторики, 3 год |             | 1-й тиждень      |
| <b>Комбінаторика множин</b><br>- булеан множини та його потужність<br>- перестановки на множинах<br>- сполучення на множинах<br>- розбиття чисел та множин                                                                                                                                        | лекція        | [6,7]      | Опрацювати матеріал лекції з рекомендованою літературою, 4 год                     | 0.3         | 2-й тиждень      |
| <b>Комбінаторика множин</b>                                                                                                                                                                                                                                                                       | практичне     |            | Розв'язувати комбінаторні задачі на множинах, 4 год                                |             | 2-й тиждень      |
| <b>Комбінаторика мультимножин</b><br>- мультибулеан та його потужність<br>- перестановки мультимножини та мультиноміальна формула<br>- сполучення на мультимножинах та узагальнений трикутник Паскаля<br>- розбиття впорядкованих мультимножин з врахуванням порожньої мультимножини              | лекція        | [7,8,12]   | Опрацювати матеріал лекції з рекомендованою літературою, 4 год                     | 0.3         | 3-й тиждень      |
| <b>Комбінаторика мультимножин</b>                                                                                                                                                                                                                                                                 | практичне     |            | Розв'язувати комбінаторні задачі на множинах, 2 год                                |             | 3-й тиждень      |
| <b>Метод генератрис</b><br>- генератрис біноміальних коефіцієнтів та тотожності з біноміальними коефіцієнтами                                                                                                                                                                                     | лекція        | [4,5]      | Опрацювати матеріал лекції з рекомендованою літературою,                           | 0.3         | 4-й тиждень      |



|                                                                                                                                                                |                   |          |                                                                                                       |     |             |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|-------------|
| - неупорядковані та упорядковані розбиття натуральних чисел на цілі невід'ємні числа<br>- матриці Гессенберга та генератрис лінійних рекурентних співвідношень |                   |          | 4 год                                                                                                 |     |             |
| <b>Метод генератрис</b>                                                                                                                                        | практичне         |          | Розв'язати задачі комбінаторного аналізу методом генератрис, 6 год                                    |     | 4-й тиждень |
| <b>Принцип включення-виключення</b><br>- принцип включення-виключення в теорії чисел; метод решета<br>- принцип включення-виключення в комбінаторному аналізі  | лекція            | [6,9]    | Опрацювати матеріал лекції з рекомендованою літературою, 2 год                                        | 0.4 | 5-й тиждень |
| <b>Розв'язування комбінаторних задач з використанням принципу включення-виключення</b>                                                                         | практичне         |          | Розв'язати задачі теорії чисел та комбінаторного аналізу методом принципу включення-виключення, 2 год |     | 5-й тиждень |
| <b>Комбінаторні числа Стирлінга, Ойлера, Белла та числові трикутники. Факторіальні числові трикутники</b>                                                      | лекція            | [1,6,10] | Опрацювати матеріал лекції по рекомендованій літературі, 4 год                                        | 4   | 6-й тиждень |
| <b>Комбінаторні числа Стирлінга, Ойлера, Белла та числові трикутники. Факторіальні числові трикутники</b>                                                      | практичне         | [1–6]    | Розв'язування задач, 6 год                                                                            | 5   | 6-й тиждень |
| <b>Лінійні рекурентні співвідношення та матриці Гессенберга. Латинські та магічні квадрати.</b>                                                                | самостійна робота | [3,11]   | Індивід. Завдання з опрацюванням рекомендованої літератури, 45 год                                    |     |             |
| <b>Підсумковий контроль</b>                                                                                                                                    |                   |          | 2 год                                                                                                 |     |             |



## 5. СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

|                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Загальна система оцінювання            | Підсумкова оцінка з дисципліни є сумою оцінок (в 10-бальній шкалі) з відповідною вагою за кожен з таких видів робіт: активна робота на практичних заняттях, виконання і захист практикуму, підсумковий контроль (залік). Підсумкова оцінка визначається відповідно до поданої нижче таблиці оцінювання за різними шкалами (100-бальна, ECTS, національна). |
| Практичні заняття                      | Максимальна оцінка (з врахуванням ваги) за активну і змістовну участь у розв'язуванні комбінаторних задач на практичних заняттях становить 15 балів.                                                                                                                                                                                                       |
| Вимоги до практикуму                   | Пакет індивідуальних завдань для проведення практикуму містить 5 завдань у кожному варіанті (по одній задачі на кожен із тем). Максимальна оцінка (з врахуванням ваги) з практикуму становить 40 балів (25 балів за виконання і 15 балів за захист).                                                                                                       |
| Умови допуску до підсумкового контролю | Загальна кількість балів за навчальну (аудиторну) і самостійну (практикум) роботу становить не менше 25 балів.                                                                                                                                                                                                                                             |
| Підсумковий контроль (залік)           | Кожен варіант залікової роботи містить одне теоретичне (на розуміння понять, формулювання тверджень, аналіз ідей методів тощо) і два практичних (звичайне та олімпіадного характеру) завдання. Максимальна оцінка (з врахуванням ваги) за підсумковий контроль становить 50 балів.                                                                         |

## ШКАЛА ОЦІНЮВАННЯ: НАЦІОНАЛЬНА ТА ECTS

| Сума балів за всі види навчальної діяльності | Оцінка ECTS | Оцінка за національною шкалою                              |                                                             |
|----------------------------------------------|-------------|------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
|                                              |             | для екзамену, курсового проекту (роботи), практики         | для заліку                                                  |
| 90 – 100*                                    | A           | відмінно                                                   | зараховано                                                  |
| 80 – 89                                      | B           | добре                                                      |                                                             |
| 70 – 79                                      | C           |                                                            |                                                             |
| 60 – 69                                      | D           | задовільно                                                 |                                                             |
| 50 – 59                                      | E           |                                                            |                                                             |
| 26 – 49                                      | FX          | незадовільно з можливістю повторного складання             | не зараховано з можливістю повторного складання             |
| 0-25                                         | F           | незадовільно з обов’язковим повторним вивченням дисципліни | не зараховано з обов’язковим повторним вивченням дисципліни |

\*Загальна сума більше ста балів заокруглюється до 100 балів.

## 6. ПОЛІТИКА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

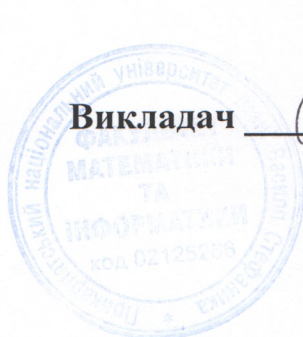
Усі види робіт слід виконувати вчасно, щоб зберігати загальний темп курсу, котрий сприяє ефективному засвоєнню матеріалу. Наслідками пропущених занять без поважних причин, зазвичай, стають додаткові види самостійної роботи (реферат, домашня контрольна робота, презентація).

Плагіат та інші види академічної недоброчесності не принесуть користі, тому є недоречними.



## 7. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Айгнер М. Комбинаторная теория. М., Мир, 1982, 556 с.
2. Комбинаторный анализ. Задачи и упражнения. Под ред. Рыбникова К.А. М., Наука, 1982, 368 с.
3. Кострикин А.И. Введение в алгебру. М., Наука, 1977, 495 с.
4. Райзер Г.Дж. Комбинаторная математика. М., Мир, 1966, 154 с.
5. Риордан Дж. Введение в комбинаторный анализ. М., ИЛ, 1963, 287 с.
6. Рыбников К.А. Введение в комбинаторный анализ. М., МГУ, 1972, 254 с.
7. Сачков В.Н. Комбинаторные методы дискретной математики. М., Наука, 1977, 320 с.
8. Сачков В.Н. Введение в комбинаторные методы дискретной математики. М., Наука, 1982, 384 с.
9. Холл М. Комбинаторика. М., Мир, 1970, 424 с. [10] Cameron P.J. Combinatorics: Topics, Techniques, Algorithms. Cambridge University Press, 1996, 355 p.
10. Lipski W., Marek W. Analiza kombinatoryczna. Warszawa, PWN, 1986, 463 s.
11. Заторський Р.А. Числення трикутних матриць та його застосування. Івано-Франківськ, «Сімик»б 2010 р. 508 с.
12. Заторський Р.А. Деякі методи та задачі комбінаторного аналізу. (Спеціальний курс математики). – Івано-Франківськ.: Лік, 2006. – 136 с.



Викладач

Заторський Р. А.