

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДВНЗ «ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНІКА»

Факультет/інститут математики та інформатики

Кафедра математичного і функціонального аналізу

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Теорія міри та інтеграла Лебега

Освітня програма бакалавр

Спеціальність математика

Галузь знань середня освіта

Затверджено на засіданні кафедри
Протокол № __ від “_” ____ 2019 р.

ЗМІСТ

1. Загальна інформація
2. Анотація до курсу
3. Мета та цілі курсу
4. Результати навчання (компетентності)
5. Організація навчання курсу
6. Система оцінювання курсу
7. Політика курсу
8. Рекомендована література

1. Загальна інформація	
Назва дисципліни	Теорія міри та інтеграла Лебега
Викладач (-і)	Федак Іван Васильович
Контактний телефон викладача	0973577603
E-mail викладача	Fedakivan58@gmail.com
Формат дисципліни	Лекції, практичні заняття, індивідуальні завдання у формі домашньої контрольної роботи, аудиторна контрольна робота
Обсяг дисципліни	90 год. = 3 кредити
Посилання на сайт дистанційного навчання	
Консультації	Консультації проводяться в індивідуальному порядку щодо розв'язування окремих конкретних задач домашньої контрольної роботи або ж за вказаними контактним телефоном чи електронною поштою.
2. Анотація до курсу	
З поняттям міри людству доводилося стикатися ще зі стародавніх часів, вимірюючи відстані, площі, об'єми тощо. У процесі вивчення дисципліни «Теорія міри та інтеграла Лебега» студенти матимуть змогу ознайомитися з основними математичними підходами до теорії вимірних множин та вимірних функцій. З цими поняттями також тісно пов'язане поняття інтеграла Лебега, який є природним узагальненням інтеграла Рімана, з яким студенти вже мали справу як в курсі математичного аналізу, так і шкільному курсі математики.	
3. Мета та цілі курсу	
Мета курсу: Ознайомити студентів з поняттями міри Лебега, вимірних за Лебегом функцій, інтеграла Лебега та деякими узагальненнями поняття інтеграла і їх основними властивостями. Завдання курсу: Навчити студентів застосовувати властивості міри, вимірних функцій та інтеграла Лебега до розв'язування конкретних задач як теоретичного, так практичного характеру.	
4. Результати навчання (компетентності)	
У результаті проходження курсу студент повинен знати: ➤ поняття множини, потужності множини, міри множини, основні властивості міри Лебега; ➤ властивості вимірних за Лебегом функцій та функцій з обмеженою змінною; ➤ поняття інтеграла Лебега, його властивості, зв'язок з інтегралом Рімана, властивості невизначеного інтеграла Лебега, інтегралів Лебега-Стільтьєса. вміти: ➤ обґрунтовувати основні властивості перерахованих вище понять; ➤ знаходити потужності та міри множин; ➤ досліджувати функції на їх вимірність за Лебегом; ➤ досліджувати функції на інтегрованість за Лебегом та обчислювати інтеграли Лебега по заданій множині; ➤ знаходити варіацію та варіаційну функцію для функцій з обмеженою змінною; ➤ обчислювати інтеграли Лебега-Стільтьєса.	
5. Організація навчання курсу	
Обсяг курсу	
Вид заняття	Загальна кількість годин
Лекції	денна форма – 20, заочна – 20
семінарські заняття / <u>практичні</u> / лабораторні	денна форма – 20, заочна – 10
самостійна робота	денна форма – 50, заочна – 70

Ознаки курсу					
Семестр	Спеціальність	Курс (рік навчання)		Нормативний / вибірковий	
5	Середня освіта (математика)	3		нормативний	
Тематика курсу					
Тема, план	Форма заняття	Література	Завдання самостійної роботи, год	Вага оцінки	Термін виконання
1. Множини та їх властивості: Множини та операції над ними. Зліченні та незліченні множини. Потужність множини. Відкриті і замкнені множини. Канторова множина.	Лекція (2 год.) + Пр. зан. (2 год)	[5] ст. 7 – 25 [2] ст. 11 – 25 [3] ст. 9 – 50	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне завдання (2 год.)	1 4	Тиждень 1
2. Міра множини. Лебегове продовження міри: Поняття міри. Міра елементарних множин. Лебегове продовження плоскої міри. Адитивність, σ -адитивність та неперервність міри Лебега.	Лекція (2 год.) + Пр. зан. (2 год)	[5] ст. 26 – 39 [2] ст. 215 – 226 [3] ст. 56 – 71	Аналіз матеріалів теми (3 год.) Індивідуальне завдання (3 год.)	2 5	Тиждень 2 Тиждень 3
3. Загальне означення міри: Системи множин. Загальне означення міри. Загальні властивості міри.	Лекція (2 год.) + Пр. зан. (2 год)	[5] ст. 39 – 50 [2] ст. 227 – 240	Аналіз матеріалів теми (3 год.) Індивідуальне завдання (3 год.)	1 5	Тиждень 3 Тиждень 4
4. Вимірні функції та їх властивості: Вимірні функції. Дії над вимірними функціями. Послідовності вимірних функцій.	Лекція (2 год.) + Пр. зан. (2 год)	[5] ст. 50 – 63 [2] ст. 241 – 250 [3] ст. 86 – 97	Аналіз матеріалів теми (3 год.) Індивідуальне завдання (3 год.)	1 5	Тиждень 5
5. Інтеграл Лебега та його властивості: Прості функції та їх інтегрування за Лебегом. Загальне означення інтеграла Лебега. σ -адитивність та абсолютна неперервність інтеграла Лебега.	Лекція (2 год.) + Пр. зан. (2 год)	[5] ст. 64 – 77 [2] ст. 251 – 259 [3] ст. 109 – 118	Аналіз матеріалів теми (3 год.) Індивідуальне завдання (3 год.)	1 5	Тиждень 6 Тиждень 7
6. Граничний перехід під знаком інтеграла Лебега: Теорема Лебега. Теорема Леві. Теорема Фату.	Лекція (2 год.) + Пр. зан. (2 год)	[5] ст. 78 – 82 [2] ст. 259 – 263	Аналіз матеріалів теми (3 год.) Індивідуальне завдання (3 год.)	1 5	Тиждень 8 Тиждень 9

7. Методи обчислення інтеграла Лебега: Зв'язок між інтегралами Лебега та Рімана. Інтеграл Лебега по множині нескінченної міри. Інтеграл Лебега як границя інтегральної суми. Теорема Фубіні.	Лекція (2 год.) + Пр. зан. (2 год)	[5] ст. 82 – 99 [2] ст. 263 – 275 [3] ст. 121 – 126	Аналіз матеріалів теми (3 год.) Індивідуальне завдання (3 год.)	1 5	Тиждень 10
8. Невизначений інтеграл Лебега: Монотонні функції та їх властивості. Функції з обмеженою зміною. Варіаційна функція. Абсолютно неперервні функції та їх зв'язок з невизначеним інтегралом Лебега.	Лекція (4 год.) + Пр. зан. (2 год)	[5] ст. 100 – 130, [2] ст. 277 – 292 [3] ст. 191 – 202	Аналіз матеріалів теми (4 год.) Індивідуальне завдання (3 год.)	1 5	Тиждень 11 Тиждень 12
9. Аудиторна контрольна робота	Контр. робота		(2 год.)	40	Тиждень 13
10. Узагальнення поняття інтеграла: Міри та інтеграл Лебега-Стільтьєса. Теорема Хеллі.	Лекція (2 год.) + Пр. зан. (2 год)	[5] ст. 131 – 142 [2] ст. 306 – 320	Аналіз матеріалів теми (3 год.)	1	Тиждень 14 Тиждень 15
6. Система оцінювання курсу					
Загальна система оцінювання курсу	Залік (100 балів). 3 них: 10 балів – поточне оцінювання на практичних заняттях, 40 балів – за домашню контрольну роботу, 40 балів – за аудиторну контрольну роботу, 10 балів – за здачу теоретичного модуля.				
	Шкала оцінювання: національна та ECTS				
	Сума балів за всі види навчальної діяльності		Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
				для заліку	
	90 – 100		A	зараховано	
	80 – 89		B		
	70 – 79		C		
	60 – 69		D		
	50 – 59		E		
	26 – 49		FX	не зараховано з можливістю повторного складання	
0-25		F	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни		
Вимоги до письмової роботи	Написати розв'язання запропонованих задач з поясненнями (10 балів за кожну задачу аудиторної контрольної роботи та 4 бали – домашньої контрольної роботи).				

Семінарські заняття	1 бал за кожну пару (кожну годину для заочної форми навчання) активної роботи на практичному занятті
Умови допуску до підсумкового контролю	Набрати не менше половини балів за кожну з форм оцінювання.
7. Політика курсу	
Акцентування уваги студентів на основних поняттях теорії міри та інтеграла, їх зв'язках з практичними потребами. Ілюстрація взаємозв'язків між різними підходами до інтегрування функцій.	
8. Рекомендована література	
Базова	
1. Дороговцев А.Я., Константинов О.Ю., Курченко О.О., Івасишен С.Д. Завдання для практичних і лабораторних занять з курсу «Теорія міри та інтеграла» для студентів спеціальності «математика». – К.: КДУ, 1991. – 76с. 2. Колмогоров А.М., Фомін С.В. Елементи теорії функцій і функціонального аналізу. – К.: Вища школа, 1974. – 456с. 3. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. – М.: Наука, 1974. – 480с. 4. Очан Ю.С. Сборник задач по математическому анализу: Общая теория множеств и функций: Учебное пособие. – М.: Просвещение, 1981. – 271с. 5. Федак І.В. Елементи теорії міри та інтеграла Лебега: Навчальний посібник. – Івано-Франківськ: Сімик, 2011. – 168 с.	
Допоміжна	
1. Антоневиц А.Б., Радыно Я.В. Функциональный анализ и интегральные уравнения: Учебник. – Минск: БГУ, 2006. – 430с. 2. Антоневиц А.Б., Ваткина Е.И., Мазель М.Х. и др. Функциональный анализ и интегральные уравнения: Лаб. практикум: Учеб. пособие. / Под редакцией А.Б. Антоневица и Я.В. Радыно. – Минск: БГУ, 2006. – 179с. 3. Гелбаум И.М., Олмстед Дж. Т. Контрпримеры в анализе. – М.: Мир, 1967. – 251с. 4. Кириллов А.А., Гвишиани А.Д. Теоремы и задачи функционального анализа. – М.: Наука, 1979. – 384с. 5. Маслюченко В.К. Елементи теорії множин: Навчальний посібник. – Чернівці: Рута, 2002. – 132с. 6. Маслюченко В.К., Маслюченко О.В., Філіпчук О.І. Задачі та теореми загальної теорії функцій: Навчальний посібник. – Чернівці: Рута, 2006. – 80с. 7. Рисс Ф., Сёкефальви-Надь Б. Лекции по функциональному анализу. – М.: Мир, 1979. – 588с. 8. Соболев В.И. Лекции по дополнительным главам математического анализа. – М.: Наука, 1968. – 288с. 9. Теляковский С.А. Сборник задач по теории функций действительного переменного. – М.: Наука, 1980. – 112с. 10. Халмош П. Теория меры. – М.: Изд-во иностр. лит., 1953. – 290с. 11. Шилов Г.Е. Математический анализ. Специальный курс. – М.: ГИФМЛ, 1962. – 436с. 12. Шилов Г.Е., Гуревич Б.Л. Интеграл, мера, производная. – М.: Наука, 1967. – 220с.	

Викладач _____