

Державний вищий навчальний заклад
“Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника”
Факультет математики та інформатики
Кафедра алгебри та геометрії

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Диференціальна геометрія і топологія

(шифр і назва навчальної дисципліни)

Рівень освіти	Бакалавр
	(назва рівня вищої освіти)
Галузь знань	01 — Освіта / Педагогіка
	(шифр і назва галузя)
Спеціальність(ості)	014.04 Середня освіта (математика)
	(шифр і назва спеціальності(ей))
Освітня програма	Середня освіта (математика)
	(назва програми)

Затверджено на засіданні кафедри

Протокол №1 від 30.08.2019

1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ

Назва дисципліни	Диференціальна геометрія і топологія
Викладач(-і)	Никифорчин О.Р.
Контактний телефон викладача	59-60-16
Е-mail викладача	oleh.nykyforchyn@pu.if.ua
Формат дисципліни	Лекції та практичні заняття
Обсяг дисципліни	12 кредитів
Посилання на сайт дистанційного навчання	mif.pnu.edu.ua
Консультації	Середа, 16 ⁰⁰

2. АНОТАЦІЯ ДИСЦИПЛІНИ

Диференціальна геометрія і топологія є одним з предметів, базових для підготовки вчителя математики. Це теорія геометричних просторів з можливою гладкою структурою у найзагальнішому розумінні цього слова, застосовна як до “шкільної” геометрії, так і до множин функцій, фігур та інших об’єктів, що виникають у різних галузях математики.

3. МЕТА І ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

3.1. Мета викладання дисципліни. Вивчення диференціальної геометрії і топології дозволяє усвідомлено користуватись такими базовими поняттями, як неперервність, збіжність, відкрита чи замкнена множина, крива, поверхня та ін. Матеріал даного курсу буде використано при вивченні функціонального аналізу, теорії міри, якісної теорії диференціальних рівнянь та інших предметів. З іншого боку, курс диференціальної геометрії і топології оформлює на вищому абстрактному рівні матеріал, який подається при викладанні математичного аналізу.

3.2. Завдання вивчення дисципліни. При вивченні даного предмету студент повинен засвоїти основні поняття теоретико-множинної топології, зокрема, поняття

неперервності у різних ситуаціях і варіантах — у метричних просторах, топологічних просторах, рівномірної неперервності, неперервності по сукупності аргументів і по кожному з них зокрема. Важливо виробити вміння порівнювати різні топології і метрики на одній множині, наприклад, на дійсній прямій, відчувати межі застосовності геометричної інтуїції.

У результаті вивчення диференціальної геометрії студент засвоїть основні поняття класичної теорії кривих та теорії поверхонь, навчиться задавати, класифікувати і досліджувати криві та поверхні, знаходити їх характеристики.

У результаті вивчення топологічної частини курсу студент буде здатний:

- перевіряти належність функцій двох змінних до класів метрик, ультраметрик, псевдометрик;
- перевіряти, чи є сім'я множин топологією і чи належить до даної топології довільна множина;
- перевіряти збіжність послідовностей у метричних та топологічних просторах;
- знаходити замикання, внутрішності і межі множин;
- перевіряти неперервність відображень між метричними та топологічними просторами;
- перевіряти виконання основних топологічних властивостей (повнота, компактність, зв'язність, сепарабельність тощо) для просторів та їх підмножин.

Основні теми розділу “Диференціальна геометрія”:

- Елементарна і загальна криві.
- Параметричне рівняння елементарної кривої в декартових координатах (векторний і скалярний варіанти).
- Гладка (регулярна) елементарна крива класу C^k .
- Способи задання плоских и просторових кривих (параметричне, явне, неявне задання в декартових координатах, задання плоскої кривої полярним рівнянням).
- Дотична до кривої в точці.
- Нормаль плоскої кривої і нормальна площина просторової кривої в точці.

- Довжина дуги елементарної кривої.
- Супровідний тригранник просторової кривої.
- Канонічний репер (базис) просторової кривої в точці. Формули Френе.
- Кривина и скрут кривої в точці.
- Точка спрямлення и точка ущільнення кривої.
- Основна теорема теорії кривих.
- Елементарна і загальна поверхні.
- Параметричне рівняння елементарної поверхні в декартових координатах (векторний і скалярний випадки).
- Гладка (регулярна) елементарна поверхня класу C^k .
- Способи задання поверхонь (параметричний, явний, неявний в декартових координатах).
- Дотична площина і нормаль поверхні в точці.
- Канонічний репер (базис) параметризованої поверхні в точці.
- Перша квадратична форма і її застосування.
- Друга квадратична форма і її застосування.
- Головні кривини поверхні в точці.
- Повна (гаусова) і середня кривини поверхні в точці.
- Індикатриса нормальної кривини (Дюпена) поверхні в точці.
- Класифікація точок поверхні.
- Будова поверхонь в околах точок різних типів.
- Приклади поверхонь знакозмінної, знакосталої і сталої кривини.
- Теорема egregium Гауса.
- Теорема Боне.
- Визначні лінії на поверхнях (асимптотичні, кривини, геодезичні).
- Поняття про внутрішню геометрію поверхні.

Основні вміння і навички:

- Перевірка належності кривої, заданої параметрично в декартових координатах, класу гладких (регулярних) кривих.

- Параметризація плоских и просторових кривих, заданих явно в декартових координатах.
- Параметризація плоскої кривої, заданої полярним рівнянням, в декартових координатах, узгоджених з полярними у стандартний спосіб.
- Складання рівняння дотичної прямої до кривої в точці при різних способах задання кривої в декартових координатах.
- Складання рівняння нормалі плоскої кривої і нормальної площини просторової кривої при різних способах задання кривих в декартових координатах.
- Обчислення довжини дуги кривої при різних способах її задання.
- Знаходження рівнянь ребер і граней супровідного тригранника просторової кривої.
- Обчислення кривини і скруту кривої в точці.
- Знаходження точок спрямлення і точок ущільнення кривої.
- Перевірка належності поверхні, заданої параметрично в декартових координатах, класу гладких (регулярних) поверхонь.
- Параметризація поверхні, заданої явно в декартових координатах.
- Знаходження рівнянь дотичної площини і нормалі до поверхні в точці при різних способах її задання у декартових координатах.
- Застосування першої квадратичної форми до знаходження довжини дуги кривої на параметризованій поверхні.
- Застосування першої квадратичної форми до знаходження кута між координатними лініями на параметризованій поверхні.
- Застосування першої квадратичної форми до знаходження площі області на параметризованій поверхні.
- Обчислення повної (гаусової) кривини поверхні в точці.
- Обчислення середньої кривини поверхні в точці.
- Обчислення головних кривин поверхні в точці.
- Знаходження рівняння індикатриси кривини (Дюпена) поверхні в точці.
- Визначення типу точки поверхні.

4. КОМПЕТЕНТНОСТІ ТА РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Здатність до абстрактного мислення, аналізу, синтезу і прогнозу.

Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

Здатність застосовувати прийоми розумової діяльності.

Володіти системою наукових знань із дисциплін фундаментальної та професійної підготовки та вміти застосовувати її на практиці.

Розв'язувати задачі з математичною строгістю та математичними методами, знаходити і аналізувати відповідності між поставленою задачею і існуючими проблемами.

5. ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Обсяг дисципліни	
Вид заняття	Загальна кількість годин
Лекції	60
Практичні	60
Лабораторні	
Самостійна робота	240

Ознаки дисципліни				
Спеціальність, освітня програма	Рівень освіти	Курс (рік навчання)	Семестр	Нормативна/вибіркова
014.04 Середня освіта (математика), Середня освіта (математика)	Бакалавр	2-й	3-й, 4-й	нормативна

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Семестр 3						
Змістовий модуль 1. Метричні простори.						
Тема 1. Множини, дії над ними. Відношення і відображення. Потужності множин.	18	4	4			10
Тема 2. Метричні простори. Стандартні метрики на $\mathbb{R}$ та $\mathbb{R}^n$. Збіжність послідовностей. Відкриті і замкнені множини. Замикання, внутрішність, межа множини.	10	2	2			6
Тема 3. Повнота і поповнення метричного простору. Густина. Сепарабельність.	10	2	2			6
Тема 4. Неперервні відображення метричних просторів. Ізометричне вкладення, ізометрія. Топологічна еквівалентність метрик.	14	2	2			10
Всього за модуль:	52	10	10			32
Змістовий модуль 2. Топологічні простори.						
Тема 5. Топологічні простори. Множини, відкриті щодо метрики. Метризовні і неметризовні топології. Замкнені множини. Внутрішність і замикання. Оператор замикання. База і передбаза. Локальна база і повна система околів.	24	4	4			16
Тема 6. Неперервність та відкриті і замкнені множини. Неперервність відображень топологічних просторів. Топологічне вкладення та гомеоморфізм.	12	2	2			8
Тема 7. Дії над топологічними просторами. Перехід до підпростору, топологічна сума, добуток. Фактор-простір і фактор-топологія.	28	4	4			20
Всього за модуль:	64	10	10			44
Змістовий модуль 3. Поглиблені властивості топологічних просторів.						
Тема 8. Аксиоми відокремлення.	10	2	2			6
Тема 9. Зв'язність та її різновиди.	10	2	2			6

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Тема 10. Компактні простори. Властивості компактних просторів і компактних множин у топологічних просторах.	14	2	2			10
Тема 11. Компактність топологічних добутоків. Компактифікації. Локальна компактність.	14	2	2			10
Тема 12. Продовження функцій і функціональна відокремленість. Теорема Брауера-Тітце-Урисона. Вкладення у куби.	16	2	2			12
Всього за модуль:	64	10	10			44
Всього за семестр:	180	30	30			120
Семестр 4						
Тема 13. Предмет і методи диференціальної геометрії. Короткі історичні відомості. Криволінійні координати в n-вимірному просторі. [10]	8	2	2			4
Тема 14. Поняття елементарної, простої і загальної кривих. Способи задання кривих.	2	2				
Тема 15. Дотична пряма і нормаль кривої. Натуральна параметризація. [11, 2, 21, 18, 6]	18	2	2			14
Тема 16. Стична площина. Супровідний тригранник просторової кривої. Формули Френе. Кривина і скрут кривої.	6	4	2			
Тема 17. Натуральні рівняння. Основна теорема теорії кривих.	4	2	2			
Тема 18. Поняття загальної, елементарної і простої поверхні. Способи задання поверхонь. Крива на поверхні. Дотична площина і нормаль поверхні. Сферичне відобр. Орієнтація. [11, 2, 21, 18, 12, 3, 6]	16	4	2			10
Тема 19. Перша квадратична форма поверхні. Її застосування до обчислення довжини дуги, кута між кривими і площі області на поверхні. [10, 11, 3, 18]	19	4	5			10

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Тема 20. Друга квадратична форма поверхні. Нормальна кривина. Геодезична кривина кривої на поверхні. [10, 11, 12, 3, 18]	17	2	5			10
Тема 21. Індикатриса нормальної кривини поверхні. Класифікація точок поверхні. [10, 11, 12, 3, 18]	9	2	3			4
Тема 22. Головні напрями і головні кривини. Теорема Ейлера. [10, 18, 3]	15	2	3			10
Тема 23. Характеристичне рівняння поверхні. Середня і повна кривини. [11, 2, 21, 18, 12, 3, 6]	24	2	2			20
Тема 24. Поняття про внутрішню геометрію поверхонь. Геодезичні лінії на поверхні. [10, 11, 2, 21, 18, 12, 6]	42	2	2			38
Всього за модуль:	180	30	30			120
Всього за семестр:	180	30	30			120
Усього годин:	360	60	60			240

6. СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

За самостійні роботи протягом кожного з трьох змістових модулів розділу “Топологія” студенти можуть отримати до 50 балів. Домашня контрольна робота містить дві задачі творчого характеру, оцінені по 15 балів. За усний захист кожної задачі, включно з формулюваннями використаних означень і фактів, студент може отримати по 10 балів.

Білет колоквіуму складається з двох теоретичних (означення і твердження) і двох практичних (задачі) завдань. У кожній категорії є легше (10 балів) і важче (15 балів) завдання.

Отримана за семестр сума балів множиться на такий коефіцієнт, щоб максимальна можлива сума балів (без додаткових) становила 50.

Володіння матеріалом розділу “Диференціальна геометрія” студенти виявляють при написанні контрольної роботи, яка містить п’ять завдань, оцінені по 5

балів. Максимальний бал за контрольну роботу (25 балів) доповнюється 15 балами, які студент може отримати за усний захист домашньої контрольної роботи і 10 балами за самостійну роботу.

За активну і змістовну участь у розв’язуванні задач на практичних заняттях протягом семестру оцінка може бути підвищена щонайбільше на 5 балів.

За активну і змістовну участь у розв’язуванні задач на практичних заняттях оцінка за кожен модуль може бути підвищена щонайбільше на 5 балів.

Максимальна можлива оцінка на іспиті — 50 балів. Сума балів за семестр та за іспит визначає підсумкову оцінку згідно поданої нижче таблиці.

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка ЄКТС	Оцінка за національною шкалою
90 – 100	A	відмінно
80 – 89	B	добре
70 – 79	C	добре
60 – 69	D	задовільно
50 – 59	E	достатньо
1 – 49	FX	незадовільно

7. ПОЛІТИКА КУРСУ

При проходженні курсу вітаються: *креативність, комунікативність, активність та самостійність*;

не вітаються: *плагіат та інші види академічної недоброчесності*.

8. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Бокало Б.М., Гуран І.Й., Зарічний М.М. Збірник задач з курсу диференціальної геометрії і топології (Загальна топологія). — К., ІСДО, 1994.
2. Борисенко О.А. Диференціальна геометрія і топологія.- Х.: Основа.-1995.- 304с.
3. Гуран І.Й., Зарічний М.М. Диференціальна геометрія і топологія. — К., НМК ВО, 1991.

4. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ. — М., Наука, 1979.
5. Никифорчин О.Р. Елементи загальної топології. — Івано-Франківськ, ПрНУ, 2015.
6. Кованцов Н.И. и др. Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ. - Сб. задач - 1989. - 398с.
7. Колмогоров А.Н, Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. — М., Наука, 1989.
8. Куратовский К. Топология. Т. 1. — М., Мир, 1966.
9. Куратовский К. Топология. Т. 2. — М., Мир, 1969.
10. Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Курс дифференциальной геометрии и топологии. - М.: Изд-во МГУ. -1980. -439с.
11. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. - М.: Наука.- 1974.- 176с.
12. Рашевский П.К. Курс дифференциальной геометрии.- М.: Гос. техн. изд -во. -1956. -420с.
13. Синюков Н.С., Матвеев Т.И. Топология. — К., Вища школа, 1984.

Додаткова література

14. Александров П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию. — М., Наука, 1977.
15. Александрян Р.А., Мирзаханян Э.А. Общая топология. — М., Высшая школа, 1979.
16. Архангельский А.В., Пономарев В.И. Основы общей топологии в задачах и упражнениях. — М., Наука, 1974.
17. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. Ч.2. - М.: Просвещение, 1987.- 352 с.
18. Городецький В.В., Мартинюк О.В. Диференціальна геометрія в теоремах і задачах. — Чернівці: Рута, 2006. — 400с.
19. Келли Дж. Л. Общая топология. — М., Наука, 1981.
20. Кованцов Н.И., Зражевская Г.М., Кочаровский В.Г., Михайловский В.И. Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ. Сборник задач. — К., Вища школа, 1982.

21. Мищенко А.С., Соловьев Ю.П., Фоменко А.Т. Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии. - М.: Изд-во МГУ, 1981. - 184 с.
22. Норден А.П. Краткий курс дифференциальной геометрии. - М.: Наука, 1969. - 176 с.
23. Позняк Э.Г., Шикин Е.В. Дифференциальная геометрия. - М.: Изд-во МГУ, 1990. - 384 с.
24. Розендорн Э.Р. Задачи по дифференциальной геометрии. - М.: Наука, 1971. - 64 с.
25. Сборник задач по дифференциальной геометрии (под ред. А.С.Феденко). - М.: Наука, 1979. - 272 с.
26. Федорчук В.В., Филиппов В.В. Общая топология : основные конструкции. — М., МГУ, 1988.
27. Энгелькинг Р. Общая топология. — М., Мир, 1986.

Викладач



Никифорчин О.Р.